《高等代数》考试大纲

一、考试题型

1、填空题

2、选择题

3、计算题

4、综合题

二、考试参考用书

《高等代数》，北京大学数学系编，高等教育出版社，2003 年第三版

三、考试内容

高等代数是大学数学系本科学生的最基本课程之一，也是大多数理工科专业学生的必修基础课。它的主要内容包括多项式理论、行列式、线性方程组、矩阵理论、二次型理论、线性空间、线性变换、λ-矩阵、欧氏空间。要求考生熟悉基本概念、掌握基本定理、有较强的运算能力和综合分析解决问题能力。

考试的基本要求：

比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

1、掌握基本的代数运算方法，包括：行列式的计算，矩阵运算（乘法、求秩、判别方阵的可逆性及求逆、求方阵的特征值及特征向量），线性方程组解的判定及求解，多项式运算（带余除法，辗转相除法，综合除法）等、

2、掌握基本的代数分析技巧，包括：向量的线性相关和线性无关性，向量空间的基与维数，线性方程组解的结构, 线性变换和矩阵的关系，方阵可相似对角化的判定,对称矩阵与二次型，一元多项式的整除性及因式分解、

3、掌握代数的基本几何背景，理解代数与几何的关系，包括：欧氏空间和酉空间，正交变换与正交矩阵, 对称变换与对称矩阵, 利用二次型理论化简二次曲面方程。

考试内容和要求：

（一）多项式

1、 一元多项式的整除、最大公因式、带余除法公式、互素、不可约、因式分解、重因式、根及重根、多项式函数的概念及判别；

2、 复根存在定理（代数基本定理）；

3、根与系数关系；

4、一些重要定理的证明，如多项式的整除性质，Eisenstein 判别法，不可约多项式的性质，整系数多项式的因式分解定理等；

5、运用多项式理论证明有关命题，如与多项式的互素和不可约多项式的性质有关的问题的证明与应用；

6、用多项式函数方法证明有关结论。

（二） 行列式

1、 -级排列、对换、-级排列的逆序及逆序数和奇偶性；

2、 -阶行列式的定义，基本性质及常用计算方法（如三角形法、加边法、降阶法、递推法、按一行或一列展开法、Laplace 展开法、Vandermonde 行列式法）；

3、Vandermonde 行列式；

4、 行列式的代数余子式。

（三） 线性方程组

1、向量组线性相（无）关的判别及相应齐次线性方程组有（无）非零解的相关向量判别法、行列式判别法；

2、向量组的极大线性无关组的性质，向量组之间秩的大小关系定理及其三个推论，向量组的秩的概念及计算，矩阵的行秩、列秩、秩概念及其行列式判别法和计算；

3、 Cramer 法则，线性方程组有（无）解的判别定理，齐次线性方程组有（无）非零解的矩阵秩判别法、基础解系的计算和性质、通解的求法；

4、非齐次线性方程组的解法和解的结构定理；

（四） 矩阵

1、矩阵基本运算、分块矩阵运算及常用分块方法并用于证明与矩阵相关的结论，如有关矩阵秩的不等式；

2、初等矩阵、初等变换及其与初等矩阵的关系和应用；

3、矩阵的逆和矩阵的等价标准形的概念及计算，矩阵可逆的条件及其与矩阵的秩和初等矩阵的关系，伴随矩阵概念及性质；

4、行列式乘积定理；

5、矩阵的转置及相关性质；

6、一些特殊矩阵的常用性质，如，对角阵、三角阵、三对角阵、对称矩阵、反对称矩阵、幂等矩阵、幂零矩阵、正交矩阵等；

7、矩阵的迹、方阵的多项式；

8、矩阵的常用分解，如等价分解、满秩分解、实可逆矩阵的正交三角分解、约当分解；

9、应用矩阵理论解决一些问题。

（五）二次型

1、二次型及其标准形、规范形的概念和计算，惯性定理及其应用；

2、实二次型或实对称矩阵正定、半正定、负定、半负定的概念及判定条件和应用；

3、实二次型在合同变换下的规范形以及在正交变换下的特征值标准型的求法。

（六） 线性空间

1、线性空间、子空间的定义及性质；

2、线性空间中一个向量组的秩及计算方法；

3、线性（子）空间的基和维数与向量关于基的坐标，子空间的基扩充定理，基变换与坐标变换，生成子空间，子空间的直和，一些常见的子空间，如线性方程组的解空间，矩阵空间，多项式空间，函数空间；

4、子空间的直和、维数公式；

5、 线性空间的同构；

6、向量组线性相关或无关及子空间直和等相关结论的综合证明；

（七） 线性变换

1、线性变换定义与运算及其矩阵表示；

2、矩阵的特征多项式和最小多项式及其有关性质；

3、线性变换及其对应矩阵的特征值和特征向量的概念和计算；

4、线性变换及其矩阵的线性无关特征向量的判别和最大个数及特征子空间；

5、实对称矩阵的特征值和特征向量的性质；

6、矩阵相似的概念及同一个线性变换关于不同基的矩阵之间的关系；

7、线性变换的不变子空间、核、值域的概念及关系和计算；

8、线性变换和矩阵可对角化的概念和条件；

9、Hamilton-Caylay 定理。

（八）***l*** -矩阵

1、λ-矩阵的初等变换、标准型、行列式因子、不变因子、初等因子及三种因子之间的关系；

2、 矩阵的Jordan标准形的存在唯一性定理的证明及其应用。

（九） 欧几里德空间

1、内积和欧氏空间的定义及简单性质，如柯西—布涅可夫斯基不等式、三角不等式、勾股定理等；

2、 欧氏空间的度量矩阵的概念及性质；

3、 欧氏空间的标准正交基概念及其求法和性质的证明与应用；

4、正交变换和正交矩阵的等价条件；

5、对称变换的概念及其简单性质；

6、实对称矩阵的正交相似对角化定理及其相应正交矩阵和对角矩阵的求法；

7、 线性无关向量组的施密特（Schmidt）正交化方法；

8、 Gram行列式、初等旋转和镜像变换、酉空间和酉变换；

9、正交相似变换和酉相似变换。